



الامتحان الموحد التجريبي

أبريل 2014

مادة : الرياضيات

مدة الإنجاز : ساعتان

المستوى : السنة الثانية بكالوريا - علوم اقتصادية -

التمرين 1 (3.5 نقطة)

(1) تحقق من أن لكل x من المجال $[-1; 0]$: $\frac{x^2}{x+2} = x - 2 + \frac{4}{x+2}$ 0.5 ن

(2) استنتج أن $I = \int_{-1}^0 \frac{x^2}{x+2} dx = 4 \ln(2) - \frac{5}{2}$ 1.5 ن

(3) باستعمال مكاملة بالأجزاء بيّن أن $J = \int_{-1}^0 x \ln(x+2) dx = -\frac{1}{2} I$ 1.5 ن

التمرين 2 (8.5 نقطة)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x^2 - 1 - (x-1)e^x$

وليكن (C) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) (أ) بين أن $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) = xe^x \left(\frac{x}{e^x} - \frac{1}{xe^x} - \frac{x-1}{x} \right)$ 0.75 ن

(ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ 0.75 ن

(ج) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ ثم أول النتيجة هندسيا 0.75 ن

(2) (أ) بين أن $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) = x^2 - 1 - xe^x + e^x$ 0.5 ن

(ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ 0.5 ن

(ج) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ ثم أول النتيجة هندسيا. 0.75 ن

(3) (أ) أحسب $f'(x)$ $\forall x \in \mathbb{R}$ 1.5 ن

(ب) أدرس إشارة $f'(x)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f . 1.5 ن

(4) أحسب $f(1)$ ثم انشئ (C) (وحدة القياس 5cm). 1.5 ن

التمرين 3 (4 نقط)

$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{3} \\ u_{n+1} = \frac{2u_n}{1+u_n} (\forall n \in \mathbb{N}) \end{cases}$$

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كمايلي

(1) بين بالترجع أن $(\forall n \in \mathbb{N})(0 < u_n < 1)$.

1 ن

(2) بين أن (u_n) تزايدية ثم استنتج أنها متقاربة.

1 ن

(3) نضع $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad v_n = 1 - \frac{1}{u_n}$

(ا) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$.

0.5 ن

(ب) أحسب v_n ثم u_n بدلالة n .

1 ن

(ج) أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

0.5 ن

التمرين 4 (4 نقط)

يحتوي صندوق على أربع كرات مرقمة من 1 إلى 4 وثلاث كرات بيضاء مرقمة من 1 إلى 3. نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون احلال كرتين من الصندوق (الكرات غير قابلة للتمييز باللمس).

نعتبر الحدثين التاليين : A "الكرتان المسحوبتان لهما نفس اللون".

B "الكرة المسحوبة في المرة الاولى تحمل رقما فرديا".

(1) أحسب احتمال الحدثين A و B .

1+1 ن

(2) (ا) بين أن احتمال الحدث $A \cap B$ هو $p(A \cap B) = \frac{5}{21}$.

0.75 ن

(ب) أحسب احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون علما أن الكرة المسحوبة في المرة الأولى تحمل رقما فرديا.

0.75 ن

(ج) هل الحدثان A و B مستقلان؟ علل جوابك.

0.5 ن